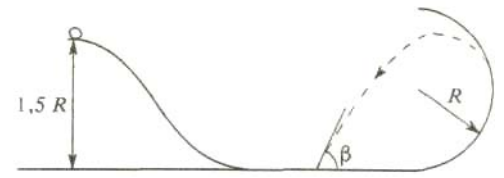
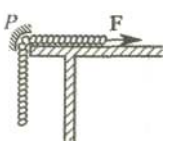


Занятие 4. Законы сохранения

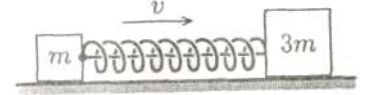
1. С высоты $1,5R$ соскальзывает без начальной скорости небольшой шарик, двигаясь без трения по желобу, расположенному в вертикальной плоскости (см. рис.). Горизонтальный участок желоба плавно переходит в полуокружность радиуса R . Под каким углом β к горизонту упадет шарик на горизонтальный участок желоба после отрыва от желоба? (1994, Б. 12)



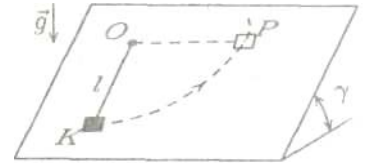
2. Однородный гибкий канат длиной $L = 1$ м и массой $m = 1$ кг удерживают в покое за верхний конец так, что $1/3$ каната находится на столе, а $2/3$ свисает (см. рис.). В некоторый момент канат перестают удерживать и начинают втаскивать на стол, прикладывая силу $F = 8$ Н вдоль горизонтальной поверхности стола перпендикулярно кромке стола. Трением каната о стол и направляющий желоб P пренебречь. 1) Найти ускорение каната в начальный момент его движения. 2) Найти скорость каната в момент, когда он полностью окажется на столе. (1998, 8)



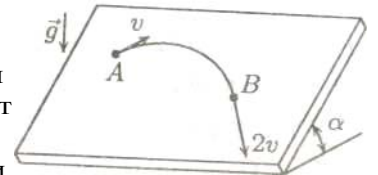
3. По гладкой горизонтальной поверхности стола движутся со скоростью v два бруска массами m и $3m$, связанные нитью. Между брусками находится пружина жесткостью K , сжатая на величину X_0 (см. рис.). Пружина прикреплена только к бруску массой m . Размеры брусков малы по сравнению с длиной нити, массой пружины пренебречь, скорость брусков направлена вдоль нити. Во время движения нить обрывается и бруски разъезжаются вдоль начального направления нити. Найти скорость бруска массой $3m$ после его отделения от пружины. Найти время соприкосновения пружины с бруском массой $3m$, считая от момента разрыва нити. (2000, Б. 6)



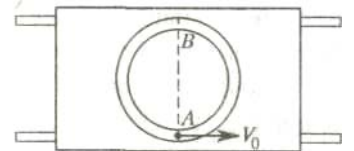
4. На нити длиной l вокруг неподвижной оси O может вращаться небольшой брусок, скользя по наклонной плоскости с углом наклона к горизонту γ (см. рис.). Брусок поместили в самую низкую для него точку K (нить наклонена под углом γ к горизонту). Какую скорость надо сообщить бруску в точке K , вдоль наклонной плоскости и перпендикулярно нити, чтобы он достиг точки P (при горизонтальном положении нити), имея вдвое меньшую скорость? Коэффициент трения скольжения бруска о наклонную плоскость μ . Нить всегда параллельна наклонной плоскости и не задевает ее. (2000, Б. 4)



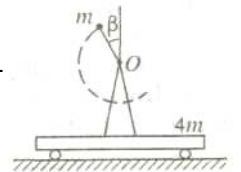
5. Широкая доска наклонена под углом α к горизонту (см. рис.). Небольшой шайбе сообщили в точке A доски скорость v , направленную вдоль нее. Через некоторое время шайба оказалась в точке B , сместившись по вертикали на H вниз и имея скорость $2v$. Какой путь прошла шайба между точками A и B ? Коэффициент трения скольжения шайбы о доску μ . (2000, Б. 3)



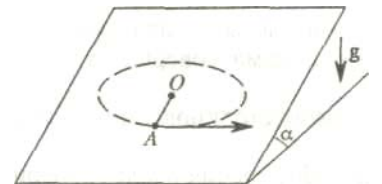
6. На тележке, которая может двигаться по горизонтальным рельсам прямолинейно и без трения, укреплен в горизонтальной плоскости трубка в форме кольца (см. рис. — вид сверху). Внутри трубки может двигаться без трения шарик массой m . Масса тележки с трубкой M , массой колес тележки пренебречь. Шарик, при неподвижной тележке, сообщают в точке A скорость V_0 , направленную параллельно рельсам. Найти скорость тележки при прохождении шариком точки B тележки, диаметрально противоположной точке A . На каком расстоянии от первоначального положения окажется тележка через время t_0 , когда шарик совершит несколько оборотов и окажется в точке B тележки? (1999, Б. 1)



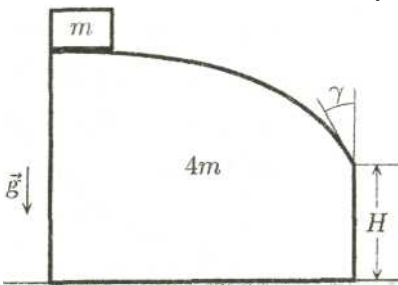
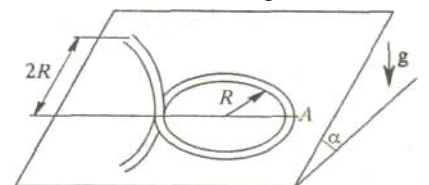
7. Тележка может двигаться прямолинейно поступательно без трения по горизонтальной поверхности стола. К тележке прикреплен горизонтальная ось O , перпендикулярная возможному направлению движения тележки (см. рис.). Вокруг оси O , в плоскости, перпендикулярной ей, может вращаться без трения на стержне длиной L небольшой по размерам шарик массой m . Масса тележки, оси O и ее крепления — $4m$. Массами стержня и колес тележки пренебречь. Вначале тележка покоилась, а стержень удерживался под углом $\beta = 30^\circ$ к вертикали. Затем стержень отпустили. Найти скорость тележки при прохождении шариком нижней точки своей траектории. Найти амплитуду колебаний тележки, т. е. половину расстояния между наиболее удаленными друг от друга положениями тележки. (1999, Б. 2)



8. На гладкой наклонной плоскости с углом наклона к горизонту α к горизонту O прикреплен нить длиной l . К другому концу нити привязан небольшой шарик (см. рис.). В начальный момент шарик находится в положении равновесия в точке A . Какую минимальную скорость надо сообщить шарик в точке A вдоль наклонной плоскости в горизонтальном направлении, чтобы шарик совершил полный оборот, двигаясь по окружности? (1999, Б. 5)



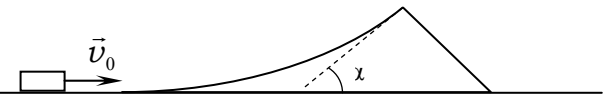
9. Тонкая трубка с петлей в форме окружности радиусом R закреплена на наклонной плоскости с углом наклона к горизонту α (см. рис.). В верхний конец трубки, находящийся на расстоянии $2R$ от горизонтального диаметра петли, опускают без начальной скорости маленький шарик массой m . Шарик скользит внутри трубки без трения. С какой силой (по модулю) действует шарик на трубку в точке A , находящейся на горизонтальном диаметре петли? (1999, Б. 8)



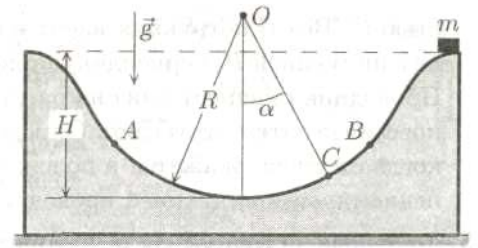
10. Горка массой $4m$ с шайбой массой m покоятся на гладкой горизонтальной поверхности стола (см. рис.). От незначительного толчка шайба начинает скользить по горке без трения, не отрываясь от нее, и покидает горку. Горка, не

отрывавшаяся от стола, приобретает скорость u . С какой скоростью шайба упадет на стол? Нижняя часть поверхности горки составляет с вертикалью угол $\gamma = 30^\circ$ и находится на расстоянии H от стола. Направления всех движений параллельны плоскости рисунка. (2002, 2)

11. Шайба массой m скользит со скоростью V_0 по гладкой горизонтальной поверхности стола, попадает на покоящийся клин массой $2m$, скользит по нему без трения и отрыва и покидает клин (см. рис.). Клин, не отрывавшийся от стола, приобретает скорость $V_0/4$. Найти угол α наклона к горизонту поверхности верхней части клина. Нижняя часть клина имеет плавный переход к поверхности стола. Изменением потенциальной энергии шайбы в поле тяжести при ее движении по клину пренебречь. Направления всех движений параллельны плоскости рисунка. (2002, 1)



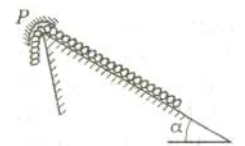
12. На горизонтальной поверхности стола покоится чаша с небольшой по сравнению с размерами чаши шайбой массой m (см. рис.). Нижняя часть AB внутренней поверхности чаши есть часть сферы радиусом R . Глубина чаши $H = 3R/5$, ее внутренняя поверхность гладкая. Шайба начинает скользить без начальной скорости и при движении не отрывается от чаши, а чаша остается в покое. Шайба достигает точки C , для которой угол между радиусом OC и вертикалью равен α . ($\cos \alpha = 4/5$). 1) Найти скорость шайбы в точке C . 2) Найти силу трения между чашей и столом при прохождении шайбой точки C . (2001, 7)



13. Грузы с одинаковыми массами связаны нитью. Между ними вставлена легкая пружина жесткостью k , сжатая на величину x_0 . Грузы движутся со скоростью v вдоль прямой, составляющей угол α с осью системы. После пережигания нити один из грузов полетел перпендикулярно первоначальному направлению движения. Найти массу груза. (1992, 12)



14. Цепочку длиной $l = 20$ см удерживают в покое на клине так, что на наклоненной под углом α ($\sin \alpha = 3/5$) к горизонту поверхности клина лежит $2/3$ цепочки, а $1/3$ висит (см. рис.). Трение цепочки о клин и направляющий желоб P пренебрежимо мало. Цепочку отпускают, и она «заползает» на клин, оставаясь в одной и той же вертикальной плоскости. 1) Найти ускорение цепочки в начальный момент движения. 2) Найти скорость цепочки в момент, когда она полностью окажется на клине. (1998, 7)



15. От неподвижного мяча удаляется массивная плита с постоянной скоростью $u = 2$ м/с, направленной вертикально вниз и перпендикулярно поверхности плиты. В момент, когда плита находилась на расстоянии $L = 0,3$ м от мяча, мяч отпускают. На какое максимальное расстояние от плиты удалится мяч после упругого удара о плиту? Масса мяча намного меньше массы плиты. (1994, 6)

16. По гладкой горизонтальной поверхности льда скользят в одном направлении массивный брусок со скоростью $u = 1$ м/с и небольшая шайба со скоростью $v = 3$ м/с, догоняющая брусок. В некоторый момент времени шайба находилась в точке B на расстоянии $L = 1$ м от бруска. Через какое время, считая от этого момента, шайба вернется в точку B ? Столкновение шайбы с бруском упругое. Скорость шайбы перпендикулярна грани бруска, о которую она ударяется. Масса шайбы намного меньше массы бруска. (1994, 7)

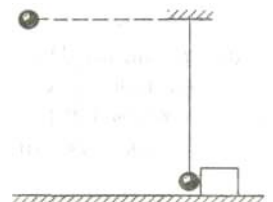
17. По направлению к неподвижному шарiku движется массивная плита с постоянной скоростью $v = 4$ м/с, направленной вертикально вверх и перпендикулярно поверхности плиты. В момент, когда плита находилась на расстоянии $H = 1$ м от шарика, шарик отпускают. На какое максимальное расстояние от плиты удалится шарик после упругого удара о плиту? Масса шарика много меньше массы плиты. (1994, 8)

18. С верхней точки шара радиуса $R = 54$ см, закрепленного на горизонтальной поверхности стола, соскальзывает без начальной скорости и без трения небольшой шарик. На какую максимальную высоту от стола поднимется шарик после упругого удара о стол? (1994, 9)

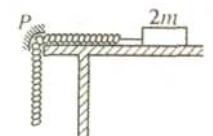
19. Небольшая шайба соскальзывает без начальной скорости и без трения с верхней точки шара, закрепленного на горизонтальной поверхности стола. Под каким углом к поверхности стола шайба ударится о стол? (1994, 11)

20. Пуля летит горизонтально со скоростью V_0 , пробивает лежащую на горизонтальной поверхности стола коробку и вылетает в том же направлении со скоростью втрое меньшей. Масса коробки в пять раз больше массы пули. Коэффициент трения скольжения между коробкой и столом μ . Найти скорость коробки сразу после вылета из нее пули. На какое расстояние передвинется коробка? (1997, 1)

21. На столе лежит брусок. На легкой нити длиной L висит шарик, касаясь бруска (см. рис.). Нить вертикальна. Масса бруска в 7 раз больше массы шарика. Шарик отклоняют в сторону так, что нить занимает горизонтальное положение, и отпускают. После неупругого удара о брусок шарик останавливается, а брусок смещается по горизонтальной поверхности стола на расстояние S . Найти скорость бруска сразу после удара. Найти коэффициент трения скольжения между бруском и столом. (1997, 2)



22. Однородный гибкий канат массой m и длиной $L = 75$ см прикреплен к бруску массой $2m$, находящемуся на горизонтальной поверхности стола (см. рис.). Со стола свешивается половина длины каната. Коэффициент трения скольжения бруска о стол $\mu = 0,15$. Трением каната о стол и направляющий желоб P пренебречь. Брусок удерживают в покое, а затем отпускают. 1) Найти ускорение бруска в начале движения. 2) Найти скорость бруска в момент, когда канат соскользнет со стола. (1998, 6)



23. Мальчик съезжает на санках без начальной скорости с горки высотой $H = 5$ м по кратчайшему пути и приобретает у подножия горки скорость $v = 6$ м/с. Какую минимальную работу необходимо затратить, чтобы втащить санки массой $m = 7$ кг на горку от ее подножия, прикладывая силу вдоль плоской поверхности горки? (1994, 2)

ОТВЕТЫ

1. $\cos \beta = 1/9$
2. $a = (F/m) - (2g/3) \approx 1,5 \text{ м/с}^2$, $v = \sqrt{\frac{4}{3}L\left(\frac{F}{m} - \frac{g}{3}\right)} \approx 2,5 \text{ м/с}$
3. $v_2 = v + \frac{x_0}{2} \sqrt{\frac{k}{3m}}$, $t = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{3m}{k}}$
4. $v = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{gl}{2}(2 \sin \gamma + \mu \pi \cos \gamma)}$
5. $S = \frac{2gH - 3v^2}{2\mu g \cos \alpha}$
6. $v = \frac{2mV_0}{m+M}$, $S = \frac{mV_0}{m+M} t_0$
7. $v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{gL}{5}(2 + \sqrt{3})}$, $A = \frac{Lm}{4m+m} = \frac{L}{5}$
8. $v = \sqrt{5gl \sin \alpha}$
9. $F = mg\sqrt{15 \sin^2 \alpha + 1}$
10. $v = \sqrt{9lu^2 + 2gH}$
11. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{11}}$
12. $v = 2\sqrt{\frac{gR}{5}}$, $F_{\text{тр}} = mg\left(2\frac{H}{R} - 2 + 3 \cos \alpha\right) \sin \alpha = \frac{24}{25}mg$
13. $m = \frac{kx_0^2 \cos^2 \alpha}{2v^2}$
14. $a = g/15 \approx 0,65 \text{ м/с}^2$, $v = \frac{1}{3} \sqrt{(5 \sin \alpha - 1)gl} \approx 0,66 \text{ м/с}$