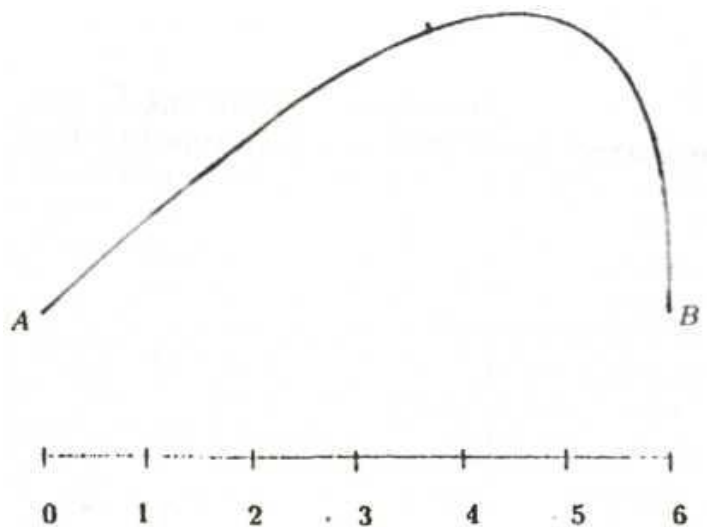


## Задание 1. Кинематика и динамика

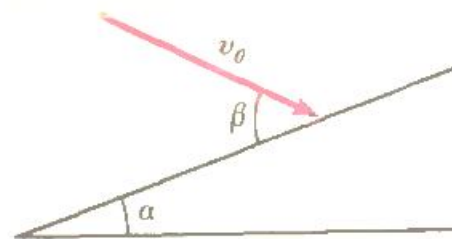
1. Сверхзвуковой самолет летит горизонтально. Два микрофона, находящихся на одной вертикали на расстоянии  $d$  друг от друга, зарегистрировали приход звука от самолета с запаздыванием по времени, равным  $\tau$ . Найдите величину  $v$  скорости самолета. Скорость звука в воздухе  $c$ .
2. Две частицы 1 и 2 движутся с постоянными скоростями  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$ , их радиусы-векторы в начальный момент времени равны  $\vec{r}_{01}$  и  $\vec{r}_{02}$  соответственно. При каком соотношении между этими четырьмя векторами частицы испытают столкновение друг с другом?
3. Мышонок стреляет из рогатки "точно" в кота, сидящего на ветке дерева. (Вектор начальной скорости камня направлен на кота). Через  $t = 1$  с камень падает на землю в точку, находящуюся на одной вертикали с котом. На какой высоте  $H$  находился кот? Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.
4. Мышонок стреляет из рогатки в кота, сидящего на ветке дерева. Через  $t = 1$  с камень попадает в ветку прямо у лап кота. На каком расстоянии  $s$  от мышонка находился кот, если известно, что векторы  $\vec{v}_0$  и  $\vec{v}(t)$  взаимно перпендикулярны? Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.
5. На крышу дома высотой  $H$  с расстояния  $L$  от него мальчик хочет забросить мяч. При какой минимальной величине начальной скорости  $v_{0\min}$  это возможно? Под каким углом  $\alpha_0$  следует в этом случае бросить мяч? Ускорение свободного падения равно  $g$ . Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.
6. Из точек  $A$  и  $B$ , находящихся на одной горизонтальной прямой, одновременно бросили два камня с одинаковыми по модулю скоростями  $v_0 = 20 \text{ м/с}$ . Один из камней полетел по навесной траектории, другой — по настильной, но каждый попал в точку старта другого камня. Известно, что в точке  $A$  угол бросания  $\alpha = 75^\circ$ . Через какое время  $\tau$  после старта расстояние между камнями станет минимальным? Чему равно это расстояние?
7. С горизонтальной поверхности земли бросили мяч, и он упал на землю со скоростью  $v = 9,8 \text{ м/с}$  под углом  $\beta = 30^\circ$  к горизонту. Величина вертикальной составляющей скорости в точке бросания на 20% больше, чем в точке падения. Найдите продолжительность  $t$  полета. Считайте силу сопротивления пропорциональной скорости мяча.
8. Материальная точка движется в однородном силовом поле (см. рис.). В точке  $A$  ее скорость  $v_A = 5 \text{ м/с}$ . Построением с помощью циркуля и линейки с делениями определите направление вектора ускорения этой материальной точки и вычислите его модуль. Найдите скорость  $v_B$  в точке  $B$ . Длина шкалы под графиком соответствует 6 м. Необходимые построения делайте на рисунке. Текст условия сдайте вместе с решением задачи. (Региональный этап Всероссийской олимпиады школьников по физике. 2002-2003 учебный год)
9. Самолет, летящий горизонтально на постоянной высоте с постоянной скоростью  $V$ , большей скорости звука  $c$ , в некоторый момент времени пролетает над наблюдателем. Какой угол  $\alpha$  с вертикалью составляет направление на самолет, определяемое по звуку в тот момент, когда истинное (видимое) направление от наблюдателя на самолет составляет с вертикалью угол  $\beta$ ?
10. Стрелок и мишень находятся в диаметрально противоположных точках карусели радиусом  $R = 5 \text{ м}$ , равномерно вращающейся вокруг вертикальной оси. Период вращения карусели  $T = 10 \text{ с}$ . Под каким углом  $\alpha$  к диаметру карусели должен целиться стрелок, чтобы поразить мишень? Скорость пули  $v = 300 \text{ м/с}$ .
11. По пересекающимся под углом  $\alpha$  прямым дорогам едут с постоянными скоростями  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  две машины. Когда первая машина проезжает перекресток, вторая находится на расстоянии  $L$  от перекрестка и приближается к нему. Определите наименьшее расстояние  $L_{\min}$  между машинами при дальнейшем движении. Через какое время  $\tau$  расстояние между машинами будет наименьшим?
12. Гимнаст в цирке прыгает с подкидного трамплина и через  $t = 1,2 \text{ с}$  приземляется на расстоянии  $L = 6 \text{ м}$  от трамплина. Точка приземления и трамплин расположены на одной горизонтальной прямой. Определите величину  $v_0$  начальной скорости и угол  $\alpha$  наклона вектора  $\vec{v}_0$  к горизонтальной плоскости. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.
13. Два жонглера, стоящие на горизонтальной площадке на расстоянии  $L$  друг от друга, перекидываются мячами, бросая их одновременно. С какой по величине скоростью  $v_{02}$  и под каким углом  $\beta$  к горизонту был брошен второй мяч, если он попал в первый, когда тот достиг максимальной высоты? Первый жонглер бросил мяч с начальной скоростью  $v_{01}$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Ускорение свободного падения равно  $g$ . Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.
14. За время полета мяча, брошенного мальчиком под углом к горизонту, горизонтальная составляющая скорости мяча уменьшилась на 12%, и он упал на землю на расстоянии  $s_1 = 14 \text{ м}$ . Когда мяч был брошен под тем же углом к горизонту со скоростью на 20% больше, чем в первом случае, горизонтальная составляющая скорости мяча уменьшилась на 15%.



На каком расстоянии  $s_2$  от мальчика упал мяч в этом случае? Считайте силу сопротивления пропорциональной скорости мяча. Опыты проводятся на горизонтальной поверхности.

**15.** Тело, брошенное с поверхности земли под углом  $\alpha$  к горизонту, упало на расстоянии  $L$  от места броска. Определите время полета тела.

**16.** На гладкую неподвижную наклонную плоскость с углом наклона  $\alpha$  налетает стальной шарик под углом  $\beta$  к плоскости (см. рис.). При каких значениях  $\beta$  шарик сможет вернуться в точку его первого удара о плоскость? Все соударения считать упругими.



**17.** В область пространства, где создано горизонтальное электрическое поле с напряженностью  $E$ , запускают шарик, масса которого  $m$ , а заряд  $q$ , со скоростью  $v_0$ , направленной вертикально вверх. Какова минимальная скорость шарика в процессе движения?

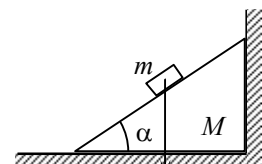
**18.** Шарик свободно падает с высоты  $H$  на наклонную плоскость, составляющую угол  $\alpha$  с горизонтом. Найдите отношение расстояний между точками, в которых подпрыгивающий шарик касается наклонной плоскости. Соударения шарика с плоскостью считать абсолютно упругими.

**19.** Из миномета ведут стрельбу по объектам, расположенным на склоне горы. На каком расстоянии от миномета будут падать мины, если время их полета  $\tau$ ? Угол наклона горы к горизонту  $\beta$ , миномет стреляет под углом  $\alpha$  к горизонту.

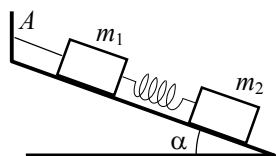
**20.** Со стола высотой  $H$  сбрасывают упругий шарик, сообщая ему некоторую горизонтальную скорость. В момент, когда шарик испытывает одно из бесчисленных упругих соударений с полом, с того же стола горизонтально сбрасывают другой шарик, сообщая ему такую скорость, чтобы он столкнулся с первым шариком. На какой высоте произойдет встреча?

**21.** Электрон влетает в плоский конденсатор, параллельно его пластикам, со скоростью  $v_0 = 2 \cdot 10^6$  м/с. Найдите модуль скорости электрона в момент его вылета из конденсатора. Напряженность поля в конденсаторе  $E = 100$  В/м, длина пластин  $L = 8$  см, модуль заряда электрона  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, его масса  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг.

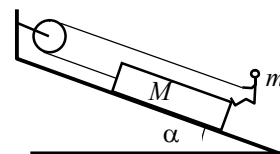
**22.** Призма массы  $M$  находится на горизонтальной поверхности гладкого стола и упирается в гладкую стенку. На гладкую поверхность призмы, наклоненную под углом  $\alpha$  к горизонту, положили брусок массой  $m$  и стали давить на него вертикально вниз с постоянной силой  $F$ . Найти силу давления призмы на стол и на стенку при движении бруска по призме.



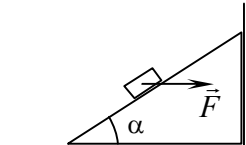
**23.** Брусочки массами  $m_1$  и  $m_2$  соединены невесомой пружиной и прикреплены с помощью легкой нити к упору А, закрепленному на гладкой наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$ . Система покоится. Найдите силу натяжения нити. Найдите модули и направления ускорений каждого из брусков сразу после пережигания нити.



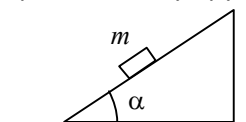
**24.** Человек массой  $m$ , упираясь ногами в ящик массой  $M$ , подтягивает его с помощью каната, перекинутого через блок, по наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$ . С какой минимальной силой надо тянуть канат человеку, чтобы подтянуть ящик к блоку? Коэффициент трения скольжения между ящиком и наклонной плоскостью —  $k$ . Части каната, не соприкасающиеся с блоком параллельны наклонной плоскости. Массами блока и каната пренебречь.



**25.** Призма находится на горизонтальной поверхности гладкого стола и упирается в гладкую стенку. На гладкую поверхность призмы, наклоненную под углом  $\alpha$  к горизонту, положили шайбу массой  $m$  и стали давить на нее с постоянной силой  $F$ . Найти силу давления призмы на стенку при движении шайбы вверх.

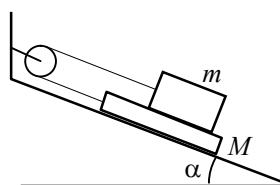


**26.** Призма массы  $M$  находится на горизонтальной поверхности гладкого стола и упирается в гладкую стенку. На поверхность призмы, наклоненную под углом  $\alpha$  к горизонту, положили брусок массы  $m$  и отпустили. Брусок стал соскальзывать. Коэффициент трения между бруском и призмой  $\mu$ . Найти силу давления призмы на стол.



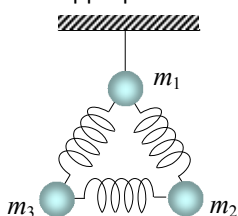
призмой  $\mu$ . Найти силу трения между призмой и столом.

**28.** К концам троса, перекинутого через блок, привязаны бруски с массами  $m$  и  $M = 4m$ , находящиеся на гладкой наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha = 30^\circ$ . При каком минимальном значении коэффициента трения между брусками они будут покоиться?



**29.** Система из трех одинаковых шаров, связанных одинаковыми пружинами, подвешена на нити. Нить пережигают. Найдите ускорения каждого из шаров сразу после пережигания нити.

**30.** Тело, брошенное с вышки высотой 10 м, упало на землю со скоростью 15 м/с, направленной под прямым углом к начальной скорости. Определите время падения.



## Разбор задачи № 22

**Условие.** Призма массы  $M$  находится на горизонтальной поверхности гладкого стола и упирается в гладкую стенку. На гладкую поверхность призмы, наклоненную под углом  $\alpha$  к горизонту, положили брусок массой  $m$  и стали давить на него вертикально вниз с постоянной силой  $F$ . Найти силу давления призмы на стол и на стенку при движении бруска по призме.

**Дано:**  $M$

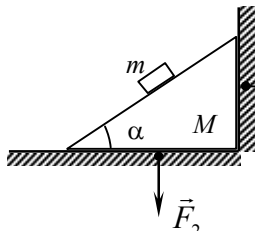
$\alpha$

$m$

$F$

$F_1 - ?$

$F_2 - ?$

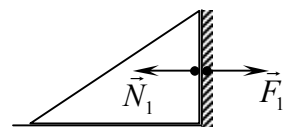
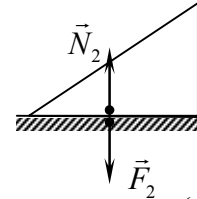


**Решение.** В задаче надо найти две силы. Если для этих сил нет какого-нибудь особого закона, дающего формулу для их вычисления (как, например, для силы упругости  $F_{\text{упр}} = k|\Delta l|$  или для силы трения скольжения  $F_{\text{тр}} = \mu N$ ), то силы всегда вычисляют по II закону Ньютона<sup>1</sup> (в этот закон входит сумма сил, действующих на тело) или по III закону Ньютона<sup>2</sup> (этот закон позволяет найти силу, равную по модулю искомой силе, которую проще найти, чем искомую).

Мы должны найти силы, действующие на стенку ( $F_1$ ) и пол ( $F_2$ ). По II закону Ньютона найти их не удастся, т. к. нельзя записать этот закон для стенки или пола (мы не знаем массы стенки и пола, нам не известны все силы, которые на них действуют). Однако, III закон Ньютона позволяет увидеть силы, которые равны искомым по модулю, но действуют на призму, для которой можно записать II закона Ньютона (масса ее известна и все, действующие на нее силы можно найти).

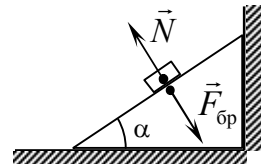
- ①  $F_1 = N_1$ ;  $F_2 = N_2$  — сила, с которой призма давит на пол (или стенку) равна по модулю силе, с которой пол (или стенка) действует на призму<sup>2</sup>.

Теперь, решая задачу, мы будем искать не  $F_1$  и  $F_2$ , а  $N_1$  и  $N_2$ .



- ② По II закону Ньютона для призмы:  $M\vec{a}_n = M\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{\text{бр}}$

(чтобы записать в правой части силы, действующие на призму, мы воспользовались правилом [4]: из силовых полей на призму действует только гравитационное ( $Mg$ ), а прикасаются к призме стенка ( $N_1$ ), стол ( $N_2$ ) и брусок ( $F_{\text{бр}}$ ). Все поверхности гладкие, поэтому трения нет.



- ③ Сила  $F_{\text{бр}}$ , действующая со стороны бруска на призму, равна по модулю и противоположна по направлению силе, которая действует со стороны призмы на брусок  $N$  (по III закону Ньютона [3])

$$F_{\text{бр}} = N$$

- ④ Сделаем проекции векторного уравнения (1) на координатные оси:

В проекциях на ось  $OX$ :  $0 = -N_1 + F_{\text{бр}x}$

В проекциях на ось  $OY$ :  $0 = N_2 - Mg + F_{\text{бр}y}$

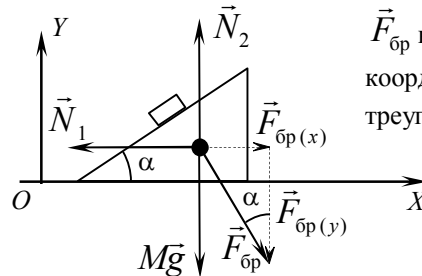
( $a_n = 0$  призма все время остается неподвижной)

Выразим искомые величины:

$$N_1 = F_{\text{бр}} \cdot \sin \alpha$$

$$N_2 = Mg + F_{\text{бр}} \cdot \cos \alpha$$

(2)



Чтобы найти  $F_{\text{бр}x}$  и  $F_{\text{бр}y}$ , разложим вектор

$\vec{F}_{\text{бр}}$  на две составляющие, параллельные координатным осям (см. рис.) Из полученного треугольника:

$$F_{\text{бр}x} = F_{\text{бр}} \cdot \sin \alpha$$

$$F_{\text{бр}y} = -F_{\text{бр}} \cdot \cos \alpha$$

- ⑤ Для получения окончательного ответа надо найти  $F_{\text{бр}}$ .

Для этого вспомним, что  $F_{\text{бр}} = N$  (пункт ③) и запишем II закон Ньютона для бруска

(на который действует сила  $N$ ):  $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}$

В проекциях на ось  $O_1Y_1$ :  $0 = N - mg \cdot \cos \alpha - F \cdot \cos \alpha \Rightarrow N = (mg + F) \cdot \cos \alpha$

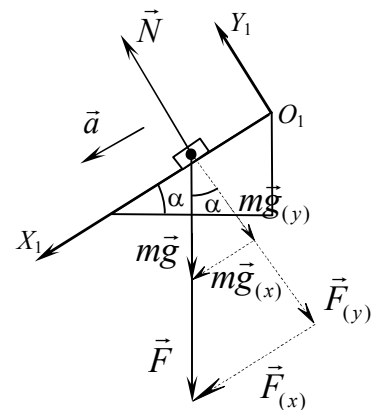
- ⑥ Подставим полученное значение  $N$  в формулы (2) вместо  $F_{\text{бр}}$ :

$$N_1 = (mg + F) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

$$N_2 = Mg + (mg + F) \cdot \cos^2 \alpha$$

**Ответ:**  $F_1 = (mg + F) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha$

$$F_2 = Mg + (mg + F) \cdot \cos^2 \alpha$$

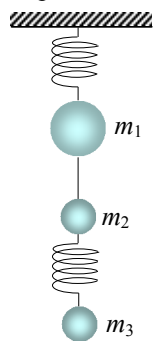


<sup>1</sup> См. опорный конспект "Динамика" (<http://vkotov.narod.ru/2.pdf>) пункт 1.

<sup>2</sup> См. опорный конспект "Динамика" (<http://vkotov.narod.ru/2.pdf>) пункт 3.

## Разбор задачи, аналогичной № 23 и № 29

**Условие:** Шары массами  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  подвешены к потолку с помощью двух невесомых пружин и легкой нити. Система покоится. Определите силу натяжения нити. Определите модули и направления ускорений каждого из шаров сразу после пережигания нити.



Дано:  
 $m_1$   
 $m_2$   
 $m_3$   


---

 $T$  - ?  
 $a_1$  - ?  
 $a_2$  - ?  
 $a_3$  - ?

1. Запишем теорему о движении центра масс

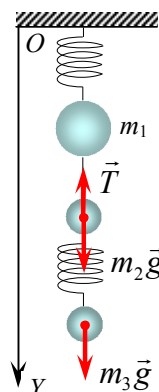
(см. опорный конспект "Динамика" (<http://vkotov.narod.ru/2.pdf>) пункт 2)

для системы, состоящей из шарика  $m_3$ , шарика  $m_2$  и пружины, которой эти шарики связаны:

$$0 = m_2 \vec{g} + m_3 \vec{g} + \vec{T}$$

(Система покоится, поэтому ускорение ее центра масс  $a_{ц.м.} = 0$ . Внешние силы, действующие на систему: две силы тяжести и сила натяжения нити. Силы упругости не входят в уравнение, т. к. они внутренние для данной системы.)

В проекциях на ось  $OY$ :  $0 = m_2 g + m_3 g - T \Rightarrow T = m_2 g + m_3 g$



2. "Сразу" после пережигания нити — значит, после пережигания еще не прошло время ( $t = 0$ ), и шарики не успели сдвинуться со своих мест.

(Для любого из шариков  $v_0 = 0$ , значит путь  $s = \frac{at^2}{2}$  ( $a = \text{const}$ , т. к. ускорение не успеет измениться). При  $t = 0$ , будет  $s = 0$ )

Но если шарики не сдвинулись, то не изменились длины пружин! И, значит, не изменились силы упругости.

Запишем II закон Ньютона в проекциях на ось  $OY$  для каждого шарика два раза:

до пережигания нити (когда  $a = 0$ ) и сразу после пережигания.

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Для шарика } m_3: & \text{до пережигания} \quad 0 = m_3 g - F_{\text{упр}3} \\ & \text{после пережигания} \quad m_3 a_{3y} = m_3 g - F_{\text{упр}3} \end{array} \right\} \Rightarrow a_{3y} = 0$$

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Для шарика } m_2: & \text{до пережигания} \quad 0 = m_2 g + F_{\text{упр}2} - T \\ & \text{после пережигания} \quad m_2 a_{2y} = m_2 g + F_{\text{упр}2} \end{array} \right\} \Rightarrow m_2 a_{2y} = T \Rightarrow a_{2y} = \frac{T}{m_2} = \frac{m_2 + m_3}{m_2} g$$

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Для шарика } m_1: & \text{до пережигания} \quad 0 = m_1 g - F_{\text{упр}1} + T \\ & \text{после пережигания} \quad m_1 a_{1y} = m_1 g - F_{\text{упр}1} \end{array} \right\} \Rightarrow m_1 a_{1y} = -T \Rightarrow a_{1y} = -\frac{T}{m_1} = -\frac{m_2 + m_3}{m_1} g$$