

Занятие 1. Основы кинематики

1. Точка падения на землю камня, брошенного вверх под углом α к горизонту, находится на той же высоте, что и точка броска. Определите дальность полета (расстояние между точкой бросания и точкой падения), если время полета (от броска до падения) равно τ . Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ: $L = \frac{g\tau^2}{2\operatorname{tg}\alpha}$

2. Камень, брошенный с холма под неизвестным углом к горизонту, падает на склон холма, спустя время τ после броска. Найдите расстояние между точкой бросания и точкой падения, если известно, что скорость камня в момент падения перпендикулярна начальной скорости камня, которую он получил при броске. Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ: $L = \frac{g\tau^2}{2}$

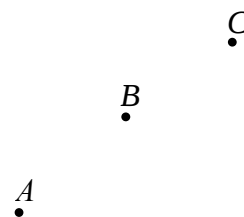
3. Камень бросают с высоты h на горизонтальную поверхность, сообщая ему начальную скорость v_0 . Под каким углом α к горизонту должен быть направлен вектор начальной скорости, чтобы дальность полета камня по горизонтали была максимальной? Найдите максимальную дальность полета камня $L_{\max}$ при данных значениях h и v_0 . Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}}, L_{\max} = \frac{v_0\sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$

4. С холма под неизвестным углом к горизонту бросили камень. К моменту, когда вектор его скорости повернулся на угол $\alpha = 30^\circ$, он пролетел расстояние $x = 3,6$ м по горизонтали. Найдите величину скорости камня в этот момент времени, если его начальная скорость равна $v_0 = 10$ м/с. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $v \approx 7,2$ м/с.

5. **Стробоскопическая фотография.** Камень, брошенный вверх под углом к горизонту, сфотографирован с помощью стробоскопа так, что на фотографии видны четыре положения камня через равные промежутки времени (точки A , B , C и D). По техническим причинам фотография была испорчена и четвертое положение камня (точка D) стерлось. Восстановите это положение по первым трем с помощью циркуля и линейки.



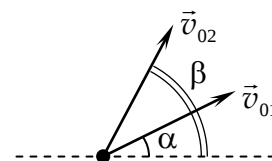
6. Два камня одновременно бросают из одной точки в противоположных горизонтальных направлениях. Начальная скорость первого камня $v_{01} = 4$ м/с, начальная скорость второго камня $v_{02} = 9$ м/с. Через какое время после броска скорости этих камней окажутся направлены перпендикулярно друг другу?

Ответ: $t = 0,6$ с.

7. Из неподвижно закрепленной пушки производят два выстрела, разделенных промежутком времени τ . Каково минимальное расстояние между ядрами, вылетевшими из пушки при этих выстрелах, пока оба ядра находятся в полете? Начальная скорость каждого ядра равна по модулю v_0 и составляет с горизонтом угол α . Точка падения ядра находится на одной высоте с точкой вылета из ствола.

Ответ: $L = v_0 \cdot \tau \cdot \cos \alpha$

8. Два камня одновременно бросают из одной точки под разными углами к горизонту (см. рисунок) с одинаковыми по модулю начальными скоростями $v_{01} = v_{02} = v_0$. Начальная скорость первого камня составляет с горизонтом угол α , а начальная скорость второго камня — угол β ($\beta > \alpha$). Найдите расстояние между этими камнями спустя время τ после броска, если ни один из камней не упал на землю.



Ответ: $L = \left(2v_0 \sin \frac{\beta - \alpha}{2} \right) \tau$

9. Из двух точек, находящихся на одной высоте на расстоянии $L = 10$ м друг от друга, одновременно бросили два тела. Начальная скорость первого тела составляет с горизонтом угол $\alpha_1 = 30^\circ$, а начальная скорость второго тела — угол $\alpha_2 = 60^\circ$. Известно, что первое тело в процессе своего движения пролетает

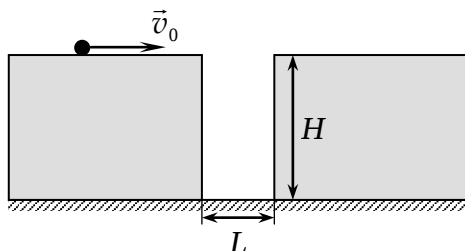
через точку, из которой было брошено второе тело, а второе тело пролетает через точку, из которой было брошено первое. Чему равна относительная скорость этих тел в момент, когда они находятся на одной вертикали? $g=10 \text{ м/с}^2$.

10. Два камня одновременно брошены из одной точки с одинаковыми по модулю начальными скоростями. Начальная скорость первого камня направлена вертикально вниз, а второго — вертикально вверх. Определите модуль начальной скорости этих камней, если известно, что они упали на землю с интервалом времени τ . (МФТИ, 1997)

Ответ: $v_0 = 0,5g\tau$

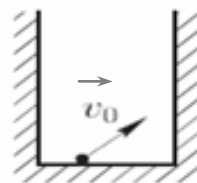
11. Снаряд разорвался на несколько осколков, полетевших во все стороны с одинаковыми по модулю начальными скоростями. Осколок, полетевший вертикально вниз, достиг земли за время $t_1 = 4 \text{ с}$. Осколок, полетевший вертикально вверх, упал на землю через время $t_2 = 16 \text{ с}$. Сколько времени (в секундах) падали осколки, полетевшие горизонтально? Сопротивление воздуха не учитывать. (МФТИ, 1997)

12. Маленький шарик, скользящий по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью $\vec{v}_0$, попадает в яму прямоугольной формы, глубина которой H , а длина L (см. рисунок). На дне ямы песок, в котором шарик застревает сразу после падения. Сколько раз шарик ударится о стенки ямы при падении в нее, если все удары шарика о стенки ямы считать абсолютно упругими? Начальная скорость шарика $\vec{v}_0$ направлена перпендикулярно плоским поверхностям стенок ямы, о которые ударяется шарик.



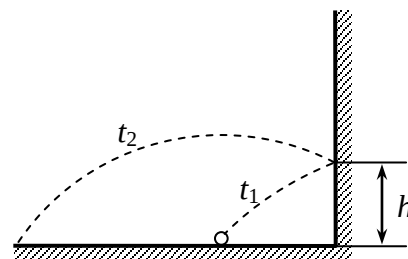
Ответ: $N = \text{целая часть} \left(\frac{v_0}{L} \sqrt{\frac{2H}{g}} \right)$.

13. На горизонтальной площадке между двумя гладкими стенками установлена катапульта, стреляющая шариками, начальная скорость которых равна $v_0 = 10 \text{ м/с}$. Какое максимальное число ударов о стены может совершить шарик перед тем, как упадет на площадку? Удары шарика о стенки считать абсолютно упругими. Расстояние между стенками $L_0 = 1,2 \text{ м}$. Положение катапульты и угол вылета можно изменять произвольным образом. $g = 10 \text{ м/с}^2$.

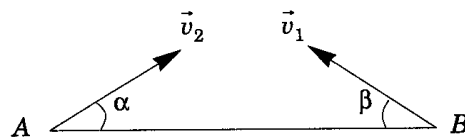


14. С горизонтальной поверхности земли под углом к горизонту бросают мячик. Через $t_1 = 1 \text{ с}$ после броска он абсолютно упруго ударяется о вертикальную стенку и отскакивает от нее (см. рисунок). Через $t_2 = 1,4 \text{ с}$ после удара о стенку мячик падает на землю. На какой высоте h произошло столкновение мячика со стенкой?

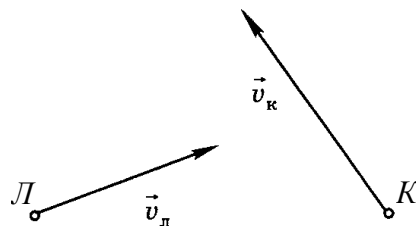
Ответ: 7 м .



15. Торпеду выпускают из точки A в момент, когда корабль противника находится в точке B и движется со скоростью $v_1 = 50 \text{ км/ч}$. Направление движения корабля находится под углом $\beta = 30^\circ$ к линии AB . Скорость торпеды $v_2 = 100 \text{ км/ч}$. Под каким углом надо выпустить торпеду, чтобы она поразила цель?



16. В точках L и K находятся, соответственно, моторная лодка и катер, движущиеся с заданными постоянными скоростями v_L и v_K в направлениях, показанных на рисунке. Определите графически, до какого наименьшего расстояния могут сблизиться лодка и катер, двигаясь в заданных направлениях.



17. Лодочник, переправляясь через реку ширины h из пункта A в пункт B , все время направляет лодку под углом α к берегу (см. рисунок). Найти скорость лодки относительно воды, если скорость течения реки равна u , а лодку снесло ниже пункта B на расстояние l .

