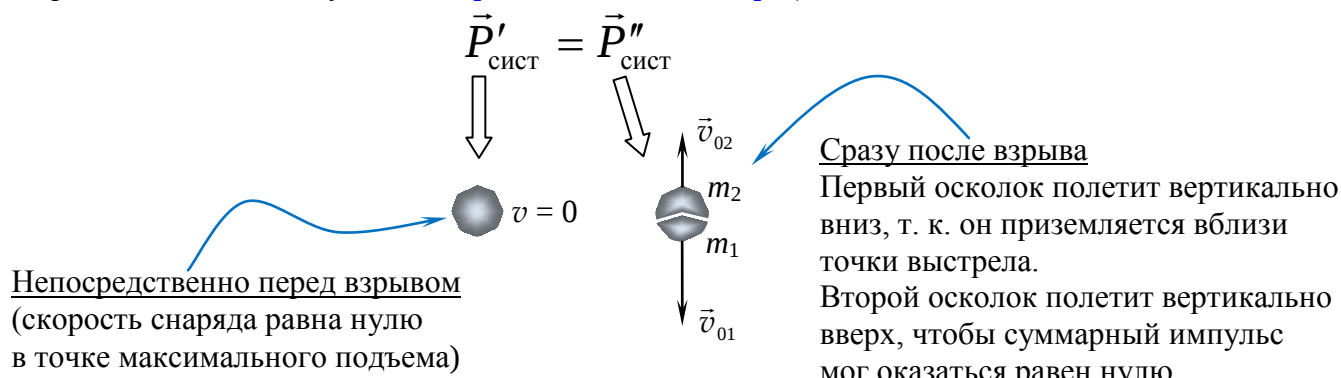


Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна $v_0 = 500$ м/с. В точке максимального подъема снаряд разорвался на два осколка. Первый упал на землю вблизи точки выстрела, имея скорость в 2 раза больше начальной, а второй — через $t = 100$ с после разрыва. Каково отношение масс осколков? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{g^2 t^2 - v_0^2}{2gtv_0\sqrt{3}} \approx 0,43$

Решение:

1. Взрыв снаряда — достаточно быстрый процесс, внешние силы ($F_{\text{тяж}}$) малы по сравнению с внутренними, поэтому импульс системы «снаряд» сохраняется (Опорный конспект III, пункт 5: <http://vkotov.narod.ru/3.pdf>)



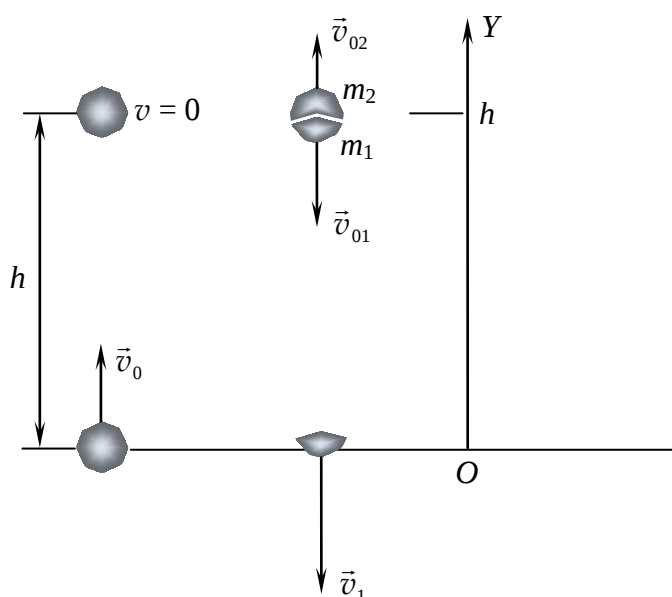
$$0 = m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02}$$

Если два вектора в сумме дают ноль, то модули этих векторов равны.

$$m_1 v_{01} = m_2 v_{02}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_{02}}{v_{01}} \quad (1)$$

2. Найдем высоту h , на которой произошел взрыв. Для этого можно использовать закон сохранения энергии ($\frac{mv_0^2}{2} = mgh$) или кинематическое уравнение равнозамедленного движения с ускорением g , начальной скоростью v_0 и конечной скоростью $v = 0$ ($2gh = v_0^2$).



$$h = \frac{v_0^2}{2g} \quad (2)$$

3. Запишем закон сохранения энергии для первого осколка (E_1' - энергия сразу после взрыва, E_1'' - энергия перед падением)

$$E_1' = E_1''$$

$$m_1 gh + \frac{m_1 v_{01}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2}$$

Подставим сюда h из формулы (2) и $v_1 = 2v_0$ (из условия), затем выразим v_{01} :

$$v_{01} = v_0 \sqrt{3} \quad (3)$$

4. Для второго осколка запишем уравнение движения в координатной форме:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2} \Rightarrow 0 = h + v_{02}t - \frac{gt^2}{2}$$

Подставим в последнюю формулу h из уравнения (2) и выразим v_{02} : $v_{02} = \frac{g^2 t^2 - v_0^2}{2gt} \quad (4)$

Подставив в формулу (1) v_{01} и v_{02} из формул (3) и (4), получим ответ.