

Методическая комиссия по физике
при центральном оргкомитете
Всероссийских олимпиад школьников

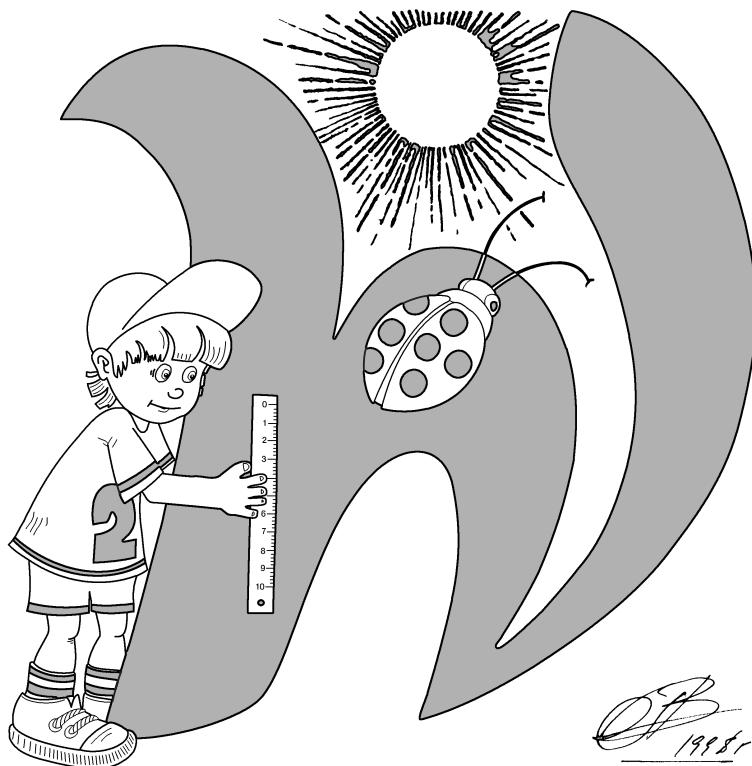
XLIV Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Экспериментальный тур

7 и 8 классы

Методическое пособие




1998г

МФТИ, 2009/2010 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
при центральном оргкомитете Всероссийских олимпиад школьников
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: physolymp@gmail.com

Авторы задач

7 класс

1. Ерофеев И.,
Матвеев Х.
2. Ерофеев И.

8 класс

1. Ерофеев И.,
Матвеев Х.
2. Бычина О.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и вёрстка — Ерофеев И., Кудряшова Н., Матвеев Х.,
Сметнёв Д., Старков Г.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система L^AT_EX 2 _{ϵ} .
© Авторский коллектив
Подписано в печать 13 декабря 2009 г. в 20:08.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

7 класс

Задача 1. Весёлые аскорбинки

ВНИМАНИЕ. Не открывайте коробочку с драже прежде, чем прочтёте условие полностью!

1. Вам выдано большое количество драже аскорбиновой кислоты. Придумайте и опишите способ, которым можно определить точно большое количество драже (порядка 1000 штук) за наименьшее время (вариант счёта по одной такого количества аскорбинок очень медленный и не рассматривается).

2. Не потеряв ни одной аскорбинки, определите их количество предложенным вами способом.

3. Определите диаметр D одного драже.

Оборудование. Драже аскорбиновой кислоты, 4 линейки, лист белой бумаги, ножницы и скотч (выдаются по требованию).

Рекомендации организаторам.

Даётся стандартная баночка с 200 драже аскорбиновой кислоты, которая покупается в аптеке. Чтобы участники не могли просто списать число аскорбинок с упаковки, нужно переложить фиксированное число (рекомендуется 17 штук) в коробочки в аналогичной задаче для 8 класса, а также убрать наклейку с упаковки. Линейки следует дать 20-сантиметровые.

Задача 2. Формула Пика

В конце XIX века австрийский математик Пик придумал формулу, которая позволяет вычислять площадь многоугольников с вершинами, расположеными в узлах квадратной сетки. В этой задаче вам предлагается определить эту формулу экспериментально.

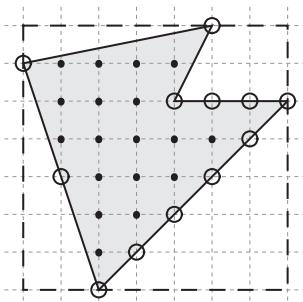


Рис. 1

Рассмотрим некоторый многоугольник, нарисованный в тетради в клеточку (рис. 1). Некоторые из узлов сетки оказываются внутри этого многоугольника (на рисунке эти узлы обозначены точками). Некоторые узлы сетки оказываются лежащими на границе многоугольника (на рисунке такие узлы обведе-

ны кружком). Обозначим количество этих узлов через N и M соответственно. В приведённом примере $N_0 = 18$, $M_0 = 12$.

Площадь многоугольника можно подсчитать, отняв от площади квадрата со стороной 3,5 см (обозначенного пунктиром) площади трёх треугольников и одной трапеции, которая, в свою очередь, разбивается на квадрат со стороной 1 см и треугольник. Таким образом, площадь многоугольника равна $S_0 = 5,75 \text{ см}^2$.

Оказывается, что площадь многоугольника можно представить как:

$$S = aN + bM + c,$$

где a , b и c — некоторые постоянные коэффициенты. Вам осталось найти их.

Для этого нарисуйте в вашей тетради 10 многоугольников разных размеров и форм с площадями от 1 до 25 см^2 . Пронумеруйте многоугольники и составьте таблицу, в которой будут указаны номер i многоугольника, его площадь S_i и числа N_i и M_i .

Рассмотрим какой-нибудь многоугольник. Для него мы знаем, что:

$$S_i = aN_i + bM_i + c. \quad (1)$$

С другой стороны, для приведённого на рисунке 1 многоугольника эта формула тоже верна:

$$S_0 = aN_0 + bM_0 + c. \quad (2)$$

Отняв из уравнения (1) уравнение (2), получим:

$$S_i - S_0 = a(N_i - N_0) + b(M_i - M_0).$$

Разделим правую и левую части этого уравнения на $M_i - M_0$:

$$\frac{S_i - S_0}{M_i - M_0} = a \frac{N_i - N_0}{M_i - M_0} + b. \quad (3)$$

Если теперь ввести величины $y = \frac{S_i - S_0}{M_i - M_0}$ и $x = \frac{N_i - N_0}{M_i - M_0}$, то уравнение (3) перепишется в виде:

$$y = ax + b.$$

Таким образом, график $y(x)$ представляет собой прямую линию с коэффициентом наклона a , пересекающую ось y в точке $(0, b)$.

Добавьте в таблицу столбцы y и x и подсчитайте значения этих величин для всех многоугольников. Если вдруг окажется, что $M_i = M_0$ и вам придётся делить на ноль, просто поставьте напротив этого многоугольника прочерк.

Постройте график зависимости $y(x)$. У вас должно получиться 9–10 точек. Определите по графику коэффициенты a и b . Придумайте, как, зная коэффициенты a и b , определить коэффициент c , и найдите его. Запишите конечную формулу Пика с подставленными коэффициентами a , b и c .

8 класс

Задача 1. Модель кристалла

Вам выдано большое количество драже аскорбиновой кислоты. Если расположить драже на плоскости стола, то их расположение можно назвать *плоской упаковкой*. Ограничим аскорбинки прямоугольником со сторонами, намного большими радиуса драже. Понятно, что при различных упаковках (взаимных расположениях драже) мы будем получать различное число аскорбинок, попавших в прямоугольник.

В случае произвольно лежащих аскорбинок (рис. 2) в прямоугольник их поместится немного. Если укладывать их ровными рядами (рис. 3), в тот же прямоугольник попадёт больше драже. Назовём такую упаковку *квадратной*. Если использовать упаковку, показанную на рисунке 4, в прямоугольник помещается больше всего аскорбинок. Такую упаковку назовём *плотной*.

Оказывается, атомы в некоторых кристаллах упакованы похожими способами. В частности, в кристаллах поваренной соли ионы хлора и натрия упакованы в кубическую решётку — трёхмерный аналог квадратной. А графит в карандаше представляет собой совокупность слоёв, в которых атомы углерода имеют плотную упаковку.



Рис. 2

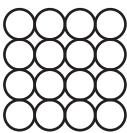


Рис. 3

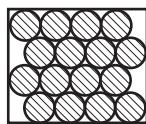


Рис. 4

Коэффициентом плотности (или просто плотностью) поверхностной упаковки назовём величину $k = S_{\pi}/S_0$, где S_{π} — площадь, «покрываемая» аскорбинками (заштрихованная область на рисунке 4), а S_0 — вся площадь рассматриваемого фрагмента упаковки.

1. Рассчитайте теоретически плотность квадратной упаковки $k_{\text{кв}}$.

Примечание. Площадь круга радиуса r равна $S = 3,142 r^2$.

2. Ограничите некоторую прямоугольную область линейками (для уменьшения погрешности нужно постараться выбрать такой прямоугольник, чтобы его стороны не сильно отличались). Заполните эту область плотной упаковкой (постарайтесь использовать все аскорбинки). Определите коэффициент плотности $k_{\text{пл}}$. Убедитесь, что $k_{\text{пл}} > k_{\text{кв}}$.

3. Аналогично можно ввести коэффициент плотности объёмной упаковки $k_V = V_3/V_0$, где V_3 — объём, занимаемый аскорбинками, а V_0 — весь объём рассматриваемого фрагмента упаковки. Загрузите все аскорбинки в баночку и, потряхивая её, постараитесь уложить их максимально плотно. Измерив радиус R баночки и высоту H , на которую засыпаны аскорбинки, по формуле $V_0 = 3,142 R^2 H$ рассчитайте объём V_0 . Разницей внутреннего и внешнего

радиусов баночки пренебрежём. Теперь, зная объём, занимаемый драже, получите экспериментально k_V с наибольшей возможной точностью.

Примечание. Объём шара радиуса r равен $V = 4,189 r^3$.

Оборудование. Баночка с драже аскорбиновой кислоты, 4 линейки, лист белой бумаги, ножницы и скотч (выдаются по требованию).

Рекомендации организаторам.

Даётся стандартная баночка с 200 драже аскорбиновой кислоты, которая покупается в аптеке. Чтобы участники не могли просто списать число аскорбинок с упаковки, нужно добавить в баночку фиксированное число (рекомендуется 17 штук) из баночки в аналогичной задаче для 7 класса, а также убрать наклейку с упаковки. Линейки следует дать 20-сантиметровые.

Задача 2. В путь!

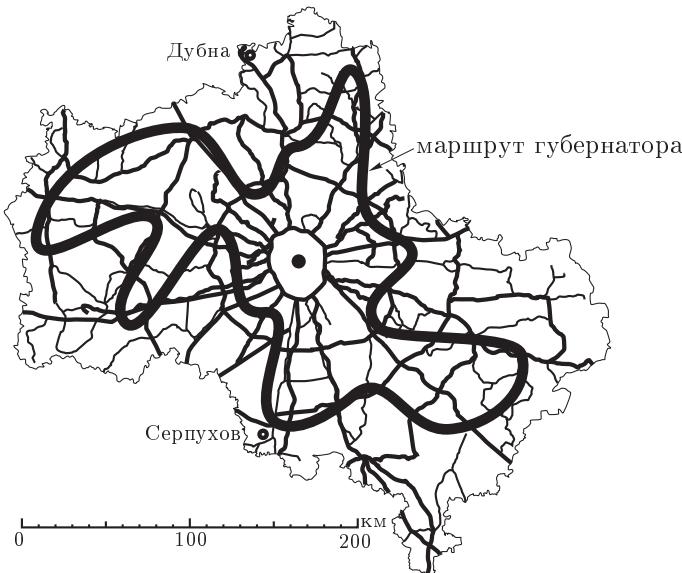


Рис. 5

1. Проложите на карте Московской области (рис. 5) кратчайший маршрут от Дубны до Серпухова по автомобильным дорогам. Найдите длину вашего маршрута.

2. Губернатор Московской области облетел свои владения на вертолёте по маршруту, изображённому на карте. Сколько километров пролетел губернатор?

Оборудование. Карта, карандаш, ластик.

Рекомендации организаторам.

Ластик должен быть круглым, иначе задача не будет иметь решения!

Возможные решения

7 класс

Задача 1. Весёлые аскорбинки

Выложив много аскорбинок в ряд (чтобы драже не рассыпались, удобно поместить их между двумя линейками как на рисунке 6), легко определить их диаметр D , сосчитав количество аскорбинок N , укладывающееся вдоль линейки, и разделив длину цепочки L на N :

$$D = L/N \approx 6,7 \text{ мм.}$$

Определение диаметра аскорбинки по одному драже приводит к очень неточному результату.

Если укладывать драже так, как показано на рисунке 7, то можно найти количество N_0 выданных драже по формуле:

$$N_0 = ab,$$

где a — количество горизонтальных рядов, b — количество вертикальных рядов в получившейся укладке.

Сделаем из трёх линеек «ловушку». Аккуратно уложим рядами в неё аскорбинки с помощью четвёртой линейки (рис. 8). Перемножив количество горизонтальных рядов на количество вертикальных рядов в получившейся укладке, найдём выданное количество драже.

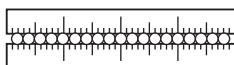


Рис. 6

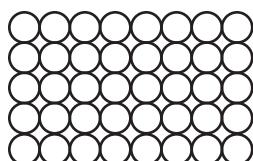


Рис. 7

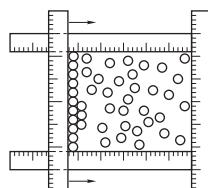


Рис. 8

Примерные критерии оценивания

Предложен метод, позволяющий достаточно точно определить D	2
Определён D	1
Предложен метод счёта, позволяющий быстро найти количество драже	4
Определено количество выданных драже предложенным методом	3

Задача 2. Формула Пика

Следуя условию, нарисуем 10 фигур и заполним таблицу. Построив график, определим значения коэффициентов a и b :

$$a = 0,25 \text{ см}^2, \quad b = 0,125 \text{ см}^2.$$

Чтобы найти коэффициент c , воспользуемся формулой из условия и, к примеру, значениями N_0 , M_0 и S_0 :

$$c = S - aN_0 - bM_0 = -0,25 \text{ см}^2.$$

Из-за ошибок округления значения параметров могут немного отличаться от приведённых.

Примерные критерии оценивания

Нарисовано ≥ 10 многоугольников разных размеров	2
Составлена таблица для величин S_i , N_i и M_i	2
Составлена таблица для зависимости $y(x)$	1
Построен график зависимости $y(x)$	2
Определён коэффициент a	1
Определён коэффициент b	1
Определён коэффициент c	1

8 класс

Задача 1. Модель кристалла

1. При квадратной упаковке $N = n^2$ аскорбинками можно покрыть квадрат со стороной $2nr$, где r — радиус аскорбинки. Таким образом, покрываемая площадь $S_{\text{п}} = N(3,142 r^2)$, а занимаемая — $S_0 = (2nr)^2$. Тогда плотность упаковки будет равна:

$$k_{\text{кв}} = \frac{S_{\text{п}}}{S_0} = \frac{N(3,142 r^2)}{(2nr)^2} = \frac{3,142 n^2 r^2}{4 n^2 r^2} = \frac{3,142}{4} = 0,786.$$

2. Для начала определим радиус одного драже. Для этого расположим десяток драже в один ряд между двумя линейками. Если разделить общую длину ряда на количество аскорбинок, то получится диаметр. Радиус же есть половина диаметра.

Выложим аскорбинки в плотную упаковку между линейками. Будем использовать максимально много драже, но если у нас образуется неполный ряд, удалим его, оставив только полные ряды. Количество аскорбинок N удобно определить, перемножив количество рядов на количество драже в ряде.

Перемножим длину и ширину получившегося прямоугольника, найдём его площадь S_0 . Тогда плотность упаковки:

$$k_{\text{пл}} = \frac{N(3,142 r^2)}{S_0}.$$

Должно получиться число, близкое к теоретическому значению коэффициента плотной упаковки: $k_{\text{пл}} = 0,91$.

3. Чтобы подсчитать высоту, которую занимают аскорбинки можно опустить линейку в баночку так, чтобы она касалась поверхности аскорбинок, и заметить показания линейки напротив верха баночки. Аналогично снять измерение, опустив линейку до самого дна. Тогда высота H есть разница двух показаний.

Диаметр баночки можно определить прямым измерением. Радиус найдём, поделив диаметр пополам.

Зная количество аскорбинок из предыдущего пункта, определим плотность упаковки:

$$k_V = \frac{N(4,189 r^3)}{3,142 R^2 H}.$$

В зависимости от того, как трясли баночку, может получиться:

$$0,40 < k_V < 0,65.$$

Примерные критерии оценивания

Теоретический подсчёт $k_{\text{кв}}$ 2

Определение радиуса драже.....	2
Выкладывание плотной упаковки и определение количества драже.....	2
Определение $k_{\text{пл}}$	2
Определение k_V	2

Задача 2. В путь!

Для решения задачи предлагается сделать курвиметр — прибор для измерения длины извилистых линий на картах, планах и чертежах. Обычно изготовленный промышленным способом курвиметр состоит из зубчатого ролика известного диаметра, закреплённого на ручке, и счётчика пройденного количества зубцов. Для измерения длины кривой по ней прокатывают роликом курвиметра.

В роли курвиметра можно использовать круглый ластик. Прокатывая ластик по масштабу на карте, наносим на него соответствующие метки карандашом. Затем прокатываем ластик по нарисованному маршруту и по меткам на ластике определяем длину маршрута. Прокатывать ластик необходимо аккуратно, следя за тем, чтобы не было проскальзывания между ластиком и картой.

Примерные критерии оценивания

Проложен собственный маршрут от Дубны до Серпухова	1
Описана методика проведения измерений.....	3
Определена длина маршрута от Дубны до Серпухова	3
Найдена длина маршрута губернатора.....	3