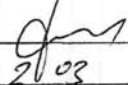


УТВЕРЖДАЮ

Ректор МГТУ им. Н.Э.Баумана


 2010 г.

Российское открытое академическое соревнование «Профессор Жуковский»

Олимпиады школьников «Шаг в будущее». Заключительный этап.

Типовой вариант задания по математике

1. Мастерская планировала затратить за два месяца 20 тыс. рублей на изготовление партии деталей. Однако затраты на изготовление одной детали в первом месяце были больше планируемых на 20%, а во втором месяце – на 25%. В среднем, затраты на всю партию деталей оказались на 22% больше планировавшихся. Сколько рублей было затрачено на изготовление деталей в каждом месяце? (8 баллов)

2. Решите уравнение $|\cos x| + \sin 2x = 0$. (8 баллов)

3. Сколько последовательных членов арифметической прогрессии 36, 33, 30, ..., начиная с первого, надо сложить, чтобы получить сумму, большую 201? (8 баллов)

4. Найдите множество значений функции $f(x) = \sin(\sqrt{\pi^2 - x^2} - \pi/3)$. (8 баллов)

5. Решите неравенство $\frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}} \geq \frac{2\sqrt{x}+11}{x-7\sqrt{x}+10}$. (10 баллов)

6. Решите неравенство $\log_x(49 - 84x + 36x^2) < 0$. (10 баллов)

7. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность, его диагонали AC и BD пересекаются в точке F , причем $AF:FC = 3:1$, $BF:FD = 4:3$, угол $\angle AFD = \arccos(1/4)$. Найдите радиус описанной около треугольника CFD окружности, если $AC = 4$. (12 баллов)

8. Составьте уравнения касательных, проведенных из точки $M(3; 0)$ к параболе $8y = x^2 + 16$. Определите угол между касательными. Найдите площадь треугольника ABM , где A и B – точки касания. (12 баллов)

9. Определите все значения p , при которых уравнение $(x+p)^2 = 4(p+1) + 8(|x|/x)$ имеет ровно два различных корня. Укажите эти корни при каждом значении p . (12 баллов)

10. Основанием пирамиды $TABC$ служит треугольник ABC , все стороны которого равны 4, а высота пирамиды совпадает с боковым ребром TA . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины стороны основания AC и бокового ребра TB и параллельной медиане BD боковой грани BTC , если расстояние от вершины пирамиды T до секущей плоскости равно $1/2$. (12 баллов)

Подготовил доцент каф. ФН-1



Паршев Л.П.

УТВЕРЖДАЮ

Ректор МГТУ им. Н.Э. Баумана

И.Б. Федоров

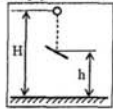
« 2 » 08 2010 г.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП РОССИЙСКОГО ОТКРЫТОГО АКАДЕМИЧЕСКОГО СОРЕВНОВАНИЯ
«ПРОФЕССОР Н.Е. ЖУКОВСКИЙ» ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ – 2010»
ФИЗИКА ТИПОВОЙ ВАРИАНТ

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Объясните, почему теплоёмкость двухатомных газов больше теплоёмкости одноатомных газов.

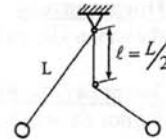
ЗАДАЧА 2. (8 баллов)



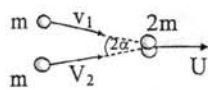
Тело падает на землю с высоты H без начальной скорости. На высоте $h = 0,5H$ тело встречает на своём пути площадку, закреплённую под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. В результате удара направление скорости тела становится горизонтальным. Найдите время падения тела на землю с высоты H .

ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Математический маятник длины L совершает колебания вблизи вертикальной стенки. Под точкой подвеса маятника на расстоянии $\ell = L/2$ от неё в стенку забит гвоздь. Найдите период T колебаний маятника.



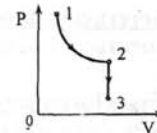
ЗАДАЧА 4. (10 баллов)



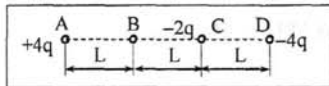
Два одинаковых пластилиновых шара, движущихся с равными по величине скоростями, совершают неупругий удар, после которого слипаются в одно целое. Какой угол α составляли друг с другом векторы скоростей шаров до удара, если при ударе половина начальной кинетической энергии шаров перешла в тепло?

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Один моль идеального одноатомного газа сначала изотермически расширился ($T_1 = 300$ К), затем газ охладил, понизив при этом давление в $\sqrt{2}$ раза. Найдите количество теплоты, отданное газом на участке 2–3.



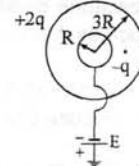
ЗАДАЧА 6. (10 баллов)



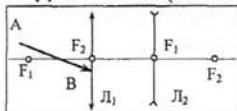
В точках A, C, D расположены неподвижные точечные заряды $+4q$, $-2q$, $-4q$, как показано на рисунке. Определите работу сил поля при перемещении заряда $+q$ из бесконечности, где потенциал электрического поля принимается равным нулю, в точку B.

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

В системе, состоящей из двух concentric проводящих сфер радиусами R и $3R$, внутренняя сфера соединена с землей через источник ЭДС, равной E . Заряд внешней сферы равен $+2q$. На расстоянии $2R$ от центра системы находится точечный заряд $-q$. Зная величины q , E , R , определите заряд внутренней сферы. Потенциал земли принять равным нулю.



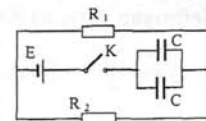
ЗАДАЧА 8. (10 баллов)



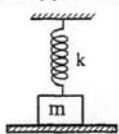
Оптическая система состоит из собирающей L_1 и рассеивающей L_2 линз с общей главной оптической осью. Главные фокусы собирающей линзы обозначены F_1 , а рассеивающей линзы – F_2 . Постройте дальнейший ход луча AB через оптическую систему.

ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

В схеме, показанной на рисунке, перед замыканием ключа K батарея, состоящая из двух одинаковых конденсаторов емкости C каждый, не была заряжена. Ключ замыкают на некоторое время, в течение которого конденсаторы зарядились до напряжения U . Определите, какое количество теплоты Q_1 выделится за это время на резисторе сопротивления R_1 . ЭДС источника тока равна E , его внутренним сопротивлением пренебречь.



ЗАДАЧА 10. (12 баллов)



На подставке лежит тело массы m , подвешенное на пружине жесткости k . В начальный момент пружина не растянута. Подставку начинают опускать вниз с ускорением a . Через какое время подставка оторвется от тела? Каким будет максимальное растяжение пружины?

Доцент кафедры ФН-4

Ю.А. Струков

Ответы Математика

1. 14,4 и 10 тыс. рублей.

$$2. \left\{ \frac{\pi}{2} + n\pi, -\frac{\pi}{6} + k\pi \mid n, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$3. 8 \leq n \leq 17, n \in \mathbb{N}.$$

$$4. \left[-\sqrt{3}/2; 1 \right]$$

$$5. x \in [0; 4) \cup (4; 25)$$

$$6. x \in (0; 1) \cup (1; 7/6) \cup (7/6; 4/3)$$

$$7. R = \frac{4}{\sqrt{15}}$$

$$8. \frac{125}{4}$$

$$9. p \in (-3; -2), x_{1,2} = -p \pm \sqrt{4p+12}; \quad p=1, x_1=3, x_2=-1;$$

$$p=2, x_1=2\sqrt{5}, x_2=-4; \quad p \in [6; +\infty), x_{1,2} = -p \pm \sqrt{4p-4}.$$

$$10. \frac{6}{\sqrt{5}}$$

Ответы Физика

$$2. \text{ Ответ: } t = 2\sqrt{\frac{H}{g}}.$$

$$3. \text{ Ответ: } T = \pi \sqrt{\frac{L}{g}} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

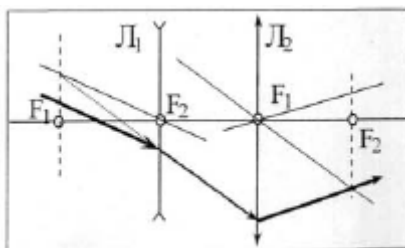
$$4. \text{ Ответ: } \alpha = 2 \arccos \sqrt{\eta} = \frac{\pi}{2}$$

$$5. \text{ Ответ: } Q_{23} = \nu R T_1 \approx 2,5 \text{ кДж}$$

$$6. \text{ Ответ: } A = 0$$

$$7. \text{ Ответ: } Q = - \left(4\pi\epsilon_0 R E + \frac{1}{6} q \right)$$

8.



$$9. \text{ Ответ: } Q_2 = CU(2E - U) \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$10. \text{ Ответ: } x_0 = \frac{Mg}{k} + \frac{M\sqrt{a(2g-a)}}{k}$$