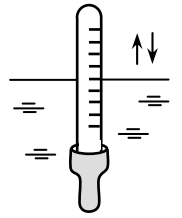


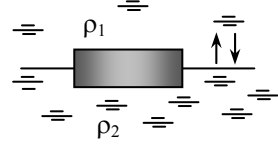
С6. Комбинированные задачи повышенной сложности (2006)

1. Ареометр, погруженный в жидкость, совершает малые вертикальные гармонические колебания с частотой $\nu = 0,2$ Гц (см. рисунок). Площадь сечения трубки ареометра $S = 10 \text{ мм}^2$, его масса $m = 50$ г. Пренебрегая сопротивлением жидкости, найдите плотность жидкости. Ответ: $\rho = 4\pi^2 m \nu^2 / gS \approx 790 \text{ кг/м}^3$
2. Ареометр, погруженный в жидкость, совершает малые вертикальные гармонические колебания (см. рисунок). Найдите период этих колебаний. Масса ареометра равна $m = 40$ г, радиус его трубки $r = 2$ мм,

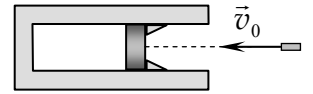


плотность жидкости $\rho = 0,8 \text{ г/см}^3$. Сопротивлением жидкости пренебречь. Ответ: $T = \frac{2}{r} \sqrt{\frac{\pi m}{\rho g}} \approx 4 \text{ с}$

3. Однородный цилиндр массой $m = 0,2$ кг с площадью поперечного сечения $S = 10^{-2} \text{ м}^2$ плавает на границе несмешивающихся жидкостей с плотностью $\rho_1 = 800 \text{ кг/м}^3$ и $\rho_2 = 1000 \text{ кг/м}^3$ (см. рисунок). Пренебрегая сопротивлением жидкостей, определите период малых вертикальных колебаний цилиндра. Ответ: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{(\rho_2 - \rho_1)gS}} \approx 0,63 \text{ с}$



4. Однородный цилиндр с площадью поперечного сечения $S = 10^{-2} \text{ м}^2$ плавает на границе несмешивающихся жидкостей с плотностью $\rho_1 = 800 \text{ кг/м}^3$ и $\rho_2 = 1000 \text{ кг/м}^3$ (см. рисунок). Пренебрегая сопротивлением жидкостей, определите массу цилиндра, если период его малых вертикальных колебаний $T = (\pi/5) \text{ с}$. Ответ: $m = T^2(\rho_2 - \rho_1)gS/(4\pi^2) = 0,2 \text{ кг}$
5. В вакууме закреплен горизонтальный цилиндр. В цилиндре находится гелий, запертый поршнем. Поршень массы $M = 90$ г удерживается упорами и может скользить влево вдоль стенок цилиндра без трения. В поршень попадает пуля массой $m = 10$ г, летящая горизонтально со скоростью $v_0 = 400$ м/с, и застревает в нем. Температура гелия в момент остановки поршня в крайнем левом положении возрастает на $\Delta T = 64$ К. Чему равно количество вещества гелия в цилиндре? Считать, что за время движения газ не успевает обменяться теплом с цилиндром и поршнем. Ответ: $\nu = m^2 v_0^2 / [3R \Delta T (m + M)] \approx 1$ моль.
6. В вакууме закреплен горизонтальный цилиндр. В цилиндре находится $\nu = 0,1$ моль гелия, запертого поршнем. Поршень массы $M = 90$ г удерживается упорами и может скользить влево вдоль стенок цилиндра без трения (см. рисунок к задаче 5). В поршень попадает пуля массой $m = 10$ г, летящая горизонтально со скоростью $v_0 = 400$ м/с, и застревает в нем. Как изменится температура гелия в момент остановки поршня в крайнем левом положении? Считать, что за время движения газ не успевает обменяться теплом с цилиндром и поршнем. Ответ: $\Delta T = m^2 v_0^2 / [3R \nu (m + M)] \approx 64 \text{ К}$.



7. В вакууме закреплен горизонтальный цилиндр. В цилиндре находится $\nu = 0,1$ моль гелия, запертого поршнем. Поршень удерживается упорами и может скользить влево вдоль стенок цилиндра без трения (см. рисунок к задаче 5). В поршень попадает пуля массой $m = 10$ г, летящая горизонтально со скоростью $v_0 = 400$ м/с, и застревает в нем. Температура гелия в момент остановки поршня в крайнем левом положении возрастает на $\Delta T = 64$ К. Какова масса поршня? Считать, что за время движения газ не успевает обменяться теплом с цилиндром и поршнем. Ответ: $M = [m^2 v_0^2 / (3R \nu \Delta T)] - m \approx 90 \text{ г}$.
8. Для разгона космических аппаратов и коррекции их орбит предложено использовать солнечный парус — скрепленный с аппаратом легкий экран большой площади из тонкой пленки, которая зеркально отражает солнечный свет. Какой должна быть минимальная площадь паруса S , чтобы давление лучей солнечного света могло сообщить аппарату массой $m = 500$ кг (включая массу паруса), находящемуся у орбиты Марса, ускорение $a = 10^{-4} g$? Мощность W солнечного излучения, падающего на 1 м^2 поверхности, перпендикулярной солнечным лучам, составляет вблизи Земли 1370 Вт/м^2 . Считать, что Марс находится в 1,5 раза дальше от Солнца, чем Земля. Ответ: $S = cma(1,5)^2 / (2W) = 1,2 \cdot 10^5 \text{ м}^2$.
9. Для разгона космических аппаратов и коррекции их орбит предложено использовать солнечный парус — скрепленный с аппаратом легкий экран большой площади из тонкой пленки, которая зеркально отражает солнечный свет. Какой должна быть площадь паруса S , чтобы аппарат массой $m = 500$ кг (включая массу паруса), находящийся на орбите Марса, под действием давления солнечного света мог изменить скорость на $\Delta v = 20$ м/с за $\Delta t = 24$ часа? Мощность W солнечного излучения, падающего на 1 м^2 поверхности, перпендикулярной солнечным лучам, составляет вблизи Земли 1370 Вт/м^2 . Считать, что Марс находится в 1,5 раза дальше от Солнца, чем Земля. Ответ: $S = cm \Delta v (1,5)^2 / (2W \cdot \Delta t) = 2,8 \cdot 10^4 \text{ м}^2$.
10. Для разгона космических аппаратов и коррекции их орбит предложено использовать солнечный парус — скрепленный с аппаратом легкий экран большой площади из тонкой пленки, которая зеркально отражает солнечный свет. Найдите массу космического аппарата, находящегося на орбите Марса, если он снабжен парусом в форме квадрата размерами $100 \text{ м} \times 100 \text{ м}$ и давление солнечных лучей сообщает ему ускорение $a = 10^{-4} g$. Мощность W солнечного излучения, падающего 1 м^2 на поверхности, перпендикулярной солнечным лучам, составляет вблизи Земли 1370 Вт/м^2 . Считать, что Марс находится в 1,5 раза дальше от Солнца, чем Земля. Ответ: $m = 2WS / [ca(1,5)^2] = 40,6 \text{ кг}$.

11. Фотокатод (работа выхода $A = 4,42 \cdot 10^{-19}$ Дж), освещается светом с частотой ν . Вылетевшие с катода электроны попадают в однородное магнитное поле с индукцией $B = 4 \cdot 10^{-4}$ Тл перпендикулярно линиям индукции и движутся по окружностям с максимальным радиусом $R = 10$ мм. Какова частота падающего света? Ответ: $\nu = (A/h) + [(eBR)^2 / 2mh] = 10^{15} \text{ Гц}$

12. Квадратную рамку из медной проволоки со стороной $b = 5$ см и сопротивлением $R = 0,1$ Ом перемещают вдоль оси OX по гладкой горизонтальной поверхности с постоянной скоростью v . Начальное положение рамки изображено на рисунке. За время движения рамка успевает пройти между полюсами магнита и оказаться в области, где магнитное поле отсутствует. Ширина полюсов магнита $d = 20$ см, магнитное поле имеет резкую границу и однородно между полюсами, а его индукция $B = 1$ Тл. Возникающие в рамке индукционные токи нагревают проволоку. Чему равна скорость движения рамки, если за время движения в ней выделяется количество теплоты $Q = 2,5 \cdot 10^{-3}$ Дж? Ответ: $v = QR / (2B^2 b^3) = 1 \text{ м/с}$.

