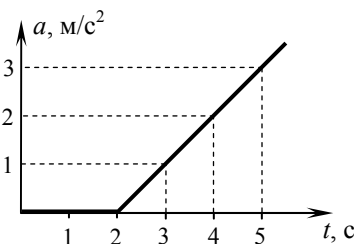
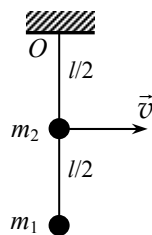


С1. Механика

- Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна $v_0 = 10$ м/с. В точке максимального подъема снаряд разорвался на два осколка, массы которых относятся как 2 : 1. Осколок большей массы упал на землю первым со скоростью $v_1 = 2v_0$. До какой максимальной высоты поднялся осколок меньшей массы? Ответ: $h_{\max} = 13v_0^2/(2g) = 65$ м.
- Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна $v_0 = 10$ м/с. В точке максимального подъема снаряд разорвался на два осколка, массы которых относятся как 1 : 2. Осколок меньшей массы упал на землю со скоростью $v_1 = 2v_0$. Какова скорость большего осколка при падении на землю? Считать поверхность земли плоской и горизонтальной.
 Ответ: $v = \frac{\sqrt{7}}{2}v_0 \approx 13,2$ м/с
- Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна $v_0 = 10$ м/с. В точке максимального подъема снаряд разорвался на два осколка, массы которых относятся как 1 : 2. Осколок меньшей массы полетел горизонтально со скоростью $v_1 = 2v_0$. На каком расстоянии от точки выстрела упадет второй осколок? Считать поверхность земли плоской и горизонтальной. Ответ: $s = v_0^2/g = 10$ м.
- Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна $v_0 = 500$ м/с. В точке максимального подъема снаряд разорвался на два осколка. Первый упал на землю вблизи точки выстрела, имея скорость в 2 раза больше начальной, а второй — через $t = 100$ с после разрыва. Каково отношение масс осколков? Сопротивлением воздуха пренебречь.
 Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{g^2 t^2 - v_0^2}{2gtv_0\sqrt{3}} \approx 0,43$
- Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна $v_0 = 200$ м/с. В точке максимального подъема снаряд разорвался на два одинаковых осколка. Первый упал на землю вблизи точки выстрела, имея скорость в 2 раза больше начальной. До какой высоты поднялся второй осколок? Ответ: $h_{\max} = 2v_0^2/g = 8000$ м.
- Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна $v_0 = 200$ м/с. В точке максимального подъема снаряд разорвался на два осколка. Первый упал на землю вблизи точки выстрела, имея скорость в 2 раза больше начальной, а второй поднялся до высоты $h = 4$ км. Каково отношение масс осколков m_1/m_2 ? Сопротивлением воздуха пренебречь.
 Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sqrt{2gh - v_0^2}}{\sqrt{3}v_0} = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,58$
- Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна $v_0 = 200$ м/с. В точке максимального подъема снаряд разорвался на два одинаковых осколка. Первый упал на землю вблизи точки выстрела, имея скорость в 2 раза больше начальной. Какую скорость имел второй осколок при падении на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ: $v_2 = 2v_0 = 400$ м/с.
- Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна $v_0 = 300$ м/с. В точке максимального подъема снаряд разорвался на два осколка. Первый упал на землю вблизи точки выстрела, имея скорость в 2 раза больше начальной, а второй — $v = 600$ м/с. Каково отношение масс осколков m_2/m_1 ? Сопротивлением воздуха пренебречь.
 Ответ: $\frac{m_2}{m_1} = \frac{\sqrt{3}v_0}{\sqrt{v^2 - v_0^2}} = 1$
- С высоты $H = 30$ м свободно падает стальной шарик. Через $t = 2$ с после начала падения он сталкивается с неподвижной плитой, плоскость которой наклонена под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. На какую высоту h от поверхности земли поднимется шарик после удара? Удар шарика о плиту считать абсолютно упругим. Ответ: $h = H - (gt^2/2)(1 - \sin^2\alpha) = 15$ м.
- С высоты $H = 30$ м свободно падает стальной шарик. При падении он сталкивается с неподвижной плитой, плоскость которой наклонена под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, и взлетает на высоту $h = 15$ м от поверхности земли. Каково время падения шарика до удара о плиту? Удар шарика о плиту считать абсолютно упругим. Ответ: $t = 2$ с
- Грузики с точечными массами $m_1 = 0,25$ кг и $m_2 = 0,5$ кг прикреплены к невесомому стержню длиной $l = 1$ м (см. рисунок). Стержень может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку O . В нижней точке траектории грузик массой m_2 имеет скорость $v = 2$ м/с. Определите силу, с которой стержень действует на грузик m_1 в этот момент.
 Ответ: $T = m_1(g + (4v^2/l)) = 6,5$ Н.
- К покоящемуся на шероховатой горизонтальной поверхности телу приложена нарастающая с течением времени горизонтальная сила тяги $F = bt$, где b — постоянная величина. На рисунке представлен график зависимости ускорения тела от времени действия силы. Определите коэффициент трения скольжения. Ответ: $\mu = at_1/(g(t - t_1)) = 0,2$ (здесь $t_1 = 2$ с — время начала скольжения тела, a — ускорение тела в произвольный момент $t > t_1$)
- Масса Марса составляет 0,1 от массы Земли, диаметр Марса вдвое меньше, чем диаметр Земли. Каково отношение периодов обращения искусственных спутников Марса и Земли T_M/T_3 , двигающихся по круговым орбитам на небольшой высоте?
 Ответ: $\frac{T_M}{T_3} = \sqrt{\left(\frac{R_M}{R_3}\right)^3 \frac{M_3}{M_M}} = \sqrt{1,25} \approx 1,1$
- Определите период вращения планеты вокруг ее оси, если вес тела на экваторе планеты составляет 97% от веса этого тела на полюсе. Средняя плотность вещества планеты $\rho = 5200$ кг/м³. Планету считать однородным шаром.
 Ответ: $T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho(1-n)}} \approx 3 \cdot 10^4$ с (здесь $n = 0,97$ — отношение веса тела на экваторе к весу этого тела на полюсе)



15. Определите плотность вещества планеты, если период ее вращения вокруг своей оси равен $T = 3 \cdot 10^4$ с, а вес тела на экваторе составляет 97% от веса этого тела на полюсе. Планету считать однородным шаром. Ответ: $\rho = 3\pi/(GT^2(1-n)) \approx 5200 \text{ кг/м}^3$ (здесь $n = 0,97$ — отношение веса тела на экваторе к весу этого тела на полюсе)
16. Определите отношение веса тела на экваторе планеты к весу этого тела на ее полюсе, если плотность вещества планеты $\rho = 5200 \text{ кг/м}^3$, а период ее вращения вокруг собственной оси равен $T = 3 \cdot 10^4$ с. Планету считать однородным шаром. Ответ: $n = 1 - (3\pi/(G\rho T^2)) \approx 0,97$.
17. Определите вес тела на экваторе планеты, если на ее полюсе это тело весит $P_{\text{п}} = 100$ Н. Плотность вещества планеты $\rho = 5200 \text{ кг/м}^3$, период ее вращения вокруг собственной оси $T = 3 \cdot 10^4$ с. Планету считать однородным шаром. Ответ: $P_{\text{э}} = P_{\text{п}}[1 - (3\pi/(G\rho T^2))] \approx 97$ Н.
18. Определите объем планеты массой $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг, если период ее вращения вокруг собственной оси равен $T = 3 \cdot 10^4$ с, а вес тела на экваторе составляет 97% от веса этого тела на полюсе. Планету считать однородным шаром. Ответ: $V = GMT^2(1-n)/(3\pi) \approx 1,15 \cdot 10^{21} \text{ м}^3$ (здесь $n = 0,97$ — отношение веса тела на экваторе к весу этого тела на полюсе)
19. Звезда и массивная планета обращаются вокруг общего неподвижного центра масс по круговым орбитам. Найдите массу планеты m , если известно, что скорость движения планеты равна v_1 , а скорость движения и период обращения звезды равны v_2 и T соответственно. Ответ: $m = (v_1 + v_2)^2 v_2 T / (2\pi G)$
20. Звезда и массивная планета обращаются вокруг общего неподвижного центра масс по круговым орбитам. Найдите радиус орбиты планеты r , если известно, что масса планеты равна m , а скорость движения звезды и радиус ее орбиты равны v и R соответственно. Ответ: $r = \frac{\sqrt{GmR}}{v} - R$
21. Звезда и массивная планета обращаются вокруг общего неподвижного центра масс по круговым орбитам. Найдите радиус орбиты планеты r , если известно, что масса планеты равна m , а период обращения звезды и радиус ее орбиты равны T и R соответственно. Ответ: $r = \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{Gm}{R}} - R$
22. Звезда и массивная планета обращаются вокруг общего неподвижного центра масс по круговым орбитам. Найдите радиус орбиты звезды R , если известно, что масса звезды равна M , а радиус орбиты планеты и период ее обращения равны r и T соответственно. Ответ: $R = \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{GM}{r}} - r$
23. Два шарика подвешены на вертикальных тонких нитях так, что они находятся на одной высоте. Между ними находится сжатая и связанная нитью пружина. При пережигании связывающей нити пружина распрямляется, отклоняя шарики в разные стороны на одинаковые углы. Во сколько раз одна нить длиннее другой, если отношение масс $m_2/m_1 = 1,5$? Считать величину сжатия пружины во много раз меньше длин нитей. Ответ: $L_1/L_2 = (m_2/m_1)^2 = 2,25$
24. От удара копра массой $m_1 = 450$ кг, падающего свободно с высоты $h_1 = 5$ м, свая массой $m_2 = 150$ кг погружается в грунт на $h_2 = 10$ см. Определите силу сопротивления грунта, считая ее постоянной, а удар абсолютно неупругим. Изменением потенциальной энергии сваи пренебречь. Ответ: $F = m_1^2 g h_1 / (h_2 (m_1 + m_2)) = 168750$ Н
25. Два шарика, массы которых $m_1 = 200$ г и $m_2 = 600$ г, висят, соприкасаясь, на одинаковых нитях длиной $l = 80$ см. Первый шар отклонили на угол 90° и отпустили. На какую высоту поднимутся шарики после удара, если этот удар абсолютно неупругий? Ответ: $h = m_1^2 l / (m_1 + m_2)^2 = 0,05$ м.
26. Брусок массой $m_1 = 600$ г, движущийся со скоростью $v = 2$ м/с, сталкивается с неподвижным бруском массой $m_2 = 200$ г. Какова скорость второго бруска после столкновения? Удар считать центральным и абсолютно упругим. Ответ: $v_2 = 2v/(1 + (m_2/m_1)) = 3$ м/с.
27. Брусок массой $m_1 = 600$ г, движущийся со скоростью $v = 2$ м/с, сталкивается с неподвижным бруском массой $m_2 = 200$ г. Какова скорость первого бруска после столкновения? Удар считать центральным и абсолютно упругим. Ответ: $v_1 = (m_1 - m_2)v/(m_1 + m_2) = 1$ м/с.
28. Шарик скользит без трения по наклонному желобу, а затем движется по «мертвой петле» радиуса R . С какой силой шарик давит на желоб в нижней точке петли, если масса шарика равна 100 г, а высота, с которой его отпускают, равна $4R$? Ответ: 9 Н.
29. (С 5) Грузовой автомобиль массой $M = 4$ т тянет за нерастяжимый трос вверх по уклону легковой автомобиль, масса которого $m = 1$ т. Двигатель легкового автомобиля выключен. С каким максимальным ускорением могут двигаться автомобили, если угол уклона составляет $\alpha = \arcsin 0,1$, а коэффициент трения между шинами грузового автомобиля и дорогой $\mu = 0,2$? Силой трения качения, действующей на легковой автомобиль пренебречь. Ответ: $a = g \left(\frac{M\mu \cos \alpha}{M + m} - \sin \alpha \right) = 0,6 \text{ м/с}^2$
30. (С 5) Грузовой автомобиль массой $M = 4$ т с двумя ведущими осями равноускоренно тянет за нерастяжимый трос вверх по уклону легковой автомобиль, масса которого $m = 1$ т. Двигатель легкового автомобиля выключен. Какова максимально возможная сила натяжения троса, связывающего грузовик с легковым автомобилем, если угол уклона составляет $\alpha = \arcsin 0,1$, а коэффициент трения между шинами грузового автомобиля и дорогой $\mu = 0,2$? Силой трения качения, действующей на легковой автомобиль пренебречь. Массой колес пренебречь. Ответ: $T = (\mu m M g \cos \alpha) / (m + M) = 1600$ Н.
31. (С 5) Грузовой автомобиль массой M с двумя ведущими осями тянет за нерастяжимый трос вверх по уклону легковой автомобиль, масса которого $m = 1$ т. Автомобили движутся с ускорением $a = 0,6 \text{ м/с}^2$. Двигатель легкового автомобиля выключен. Какова минимально возможная масса M , если угол уклона составляет $\alpha = \arcsin 0,1$, а коэффициент трения между шинами грузового автомобиля и дорогой $\mu = 0,2$? Силой трения качения, действующей на легковой автомобиль пренебречь. Массой колес пренебречь. Ответ: $M = 4000$ кг.
32. К нижнему концу легкой пружины подвешены связанные невесомой нитью грузы: верхний массой $m_1 = 0,2$ кг и нижний массой $m_2 = 0,1$ кг. Нить, соединяющую грузы, пережигают. С каким ускорением и в каком направлении начнет двигаться верхний груз? Ответ: вверх, $a = m_2 g / m_1 = 5 \text{ м/с}^2$.

